

Prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc., ČVUT Praha  
Ing. Marie Kalousková, CSc., ČVUT Praha

## Posouzení modelu MKP a programu MKP-SFEP 93 pro stabilitu zemních svahů

Untersuchung des MKP-Modells und MKP-SFEP 93-Programms für die Standfestigkeit der Erdböschungen

Im Artikel ist die kritische Bewertung des Programms von VÚHU für mathematisches Modellieren der Erdkörper durchgeführt. Es wurden die Zuverlässigkeit und Empfindlichkeit des Programms für unterschiedliche Eingabeparameter bewertet. Die Lösungsergebnisse wurden mit den durch andere Modelle erreichten Ergebnissen, die den Rezensenten aus der ČVUT (Tschechische technische Hochschule in Prag) zur Verfügung stehen, verglichen. Abschließend ist das Programm SFEP-93 aus der Sicht der Benutzer positiv ausgewertet und gleichzeitig ist auch auf die Möglichkeit einer weiteren Entwicklung dieses Programms hingewiesen.

Judgement of MKP model and programme MKP-SFEP 93 for stability of soil slopes

In article it is executed the critical evaluation of programme VÚHU, JSC Most, for mathematical modelling of soil bodies. It was evaluated the reliability and sensitivity of programme for various input parameters. The results of solution were compared with results, reached on other models, that have the reviewers from ČVUT Praha at disposal. In article conclusion it is executed the positive evaluation of SFEP - 93 programme from the user standpoint and it is pointed out also the possibility of its further

development.

Обсуждение применения модели МКП и программы МКП-СФЕП-93 в области устойчивости откосов вскрывших уступов

Автор статьи дает критическую оценку разработанной институтом ВУГУ Мост программы математического моделирования земляных полотен. Обсуждается надежность и чувствительность программы для различных входных параметров. Результаты решения сравниваются с результатами достигаемыми в рамках использования других моделей, которыми располагали рецензенты - эксперты Чешского ВТУЗ в г. Прага.

В заключении статьи дана положительная оценка программы СФЕП-93 с точки зрения пользователя и указывается на возможность ее дальнейшего развития.

Posouzení modelu MKP a programu MKP-SFEP 93 pro stabilitu zemních svahů

V článku je provedeno kritické hodnocení programu VÚHU, a.s. Most, pro matematické modelování zemních těles. Hodnocena byla spolehlivost a citlivost programu pro různé vstupní parametry. Výsledky řešení byly porovnávány s výsledky, dosaženými na jiných modelech, které mají posuzovatelé z ČVUT Praha k dispozici.

V závěru článku je provedeno kladné hodnocení programu SFEP - 93 z hlediska uživatele a je poukázáno i na možnost jeho dalšího rozvoje.

### Úvod

Na pracovišti odboru geotechniky VÚHU, a.s. Most byl v rámci úkolu "Výzkum metod stabilitního posuzování vysokých výsypek" vypracován i program matematického modelování zemních těles metodou konečných prvků, nazvanou MKP-SFEP 93.

Program vznikl postupně z programu SFEP 86, vypracovaného již dříve v Báňských projektech Teplice. Původně aplikované trojúhelníkové prvky byly nahrazeny prvky čtyřúhelníkovými, umožňujícími lépe modelovat rovinné geotechnické úlohy (přítěžování násypy, odtěžování skrývkovými pracemi, vliv působení pórového tlaku, zatížení a deformace podzemních stavebních děl ap.).

Metodicky bylo prověřování programu i materiálového modelu uspořádáno do těchto kroků:

- Ověřování spolehlivosti modelu MKP - včetně algoritmů pro zatěžování (násypy) a odtěžování (výkopy)
- ověřování citlivosti materiálového modelu na volbu vstupních materiálových parametrů
- porovnání výsledků řešení stability složitého svahu s komplikovaným podložím, dosažených posuzovaným modelem MKP-SFEP 93 a modely, které jsou k dispozici na katedře stavební mechaniky FSv ČVUT v Praze.

## 1. Ověření spolehlivosti modelu MKP

Cílem této ověřovací etapy bylo:

### 1a Ověření funkční spolehlivosti zvoleného bikvadratického izoparametrického prvku

Lze konstatovat, že použitý bikvadratický prvek s devíti integračními body je plně funkční, nevykazuje zjevné závady ani při použití značně zkosených prvků. Každopádně pro obvyklé sklony prvků 1 : 2 prvek plně vyhovuje.

Zásadní nedostatky nebyly zjištěny ani u prvků byt' obdélníkových, avšak s výrazně protáhlým tvarem (i více než 2 : 1).

### 1b Ověření algoritmu výpočtu pro zatěžování (násypy) a odtěžování (výkopy)

Jednoduché svahy modelované jediným stupněm výstavby nevykazovaly v porovnání s několikaetapovou výstavbou (zpravidla modelovány 3 stupně při tvorbě násypu) výraznějších rozdílů. Výsledky jsou věcně správné, očekávatelné a srovnatelné s výsledky získanými jinými modely na KSM (V. Kosina, P. Procházka).

Totéž lze konstatovat o výsledcích získaných při hloubení.

## 2. Ověření citlivosti materiálového modelu na volbu vstupních parametrů

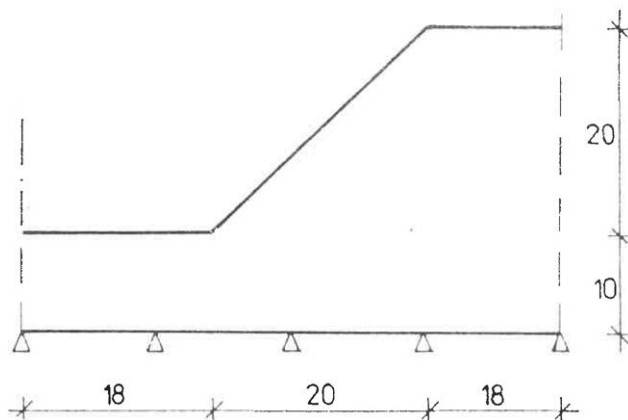
Program KSM-SFEP 93 je založen na Nelsonově-Baronově materiálovém (konstitutivním) vztahu, který pracuje s rozdílnou funkcí zatěžování (podmínkou plasticity) a plastickým potenciálem, takže bere v úvahu i materiálovou dilatanci. Matice tečnové tuhosti materiálu a tím i výsledná soustava rovnic je nesymetrická. V úvahu se bere materiálové ztužení (strain hardening) v počáteční fázi i změkčení (strain softening) ve fázi následné. Model je obdobou Chenova modelu pro plasticitu betonu a je nadřazen modelu Druckerovu-Pragerovu resp. Mohrovu-Coulombovu.

Oproti posledně jmenovanému je výrazně obecnější, neboť kromě dvou základních parametrů smykové pevnosti ( $c$  - soudržnost,  $\varphi$  - úhel vnitřního

tření) obsahuje celou řadu dalších parametrů, které na jedné straně dávají modelu řadu možností, na druhé straně kladou zvýšené nároky na uživatele programu při jejich odhadu. Záměrně mluvíme o odhadu parametrů, neboť exaktní experimentální určení většiny z nich je nad možnosti standardního geologického průzkumu.

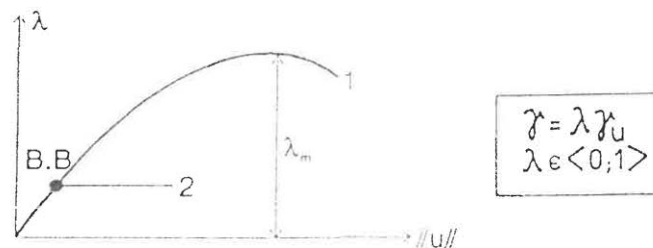
V této ověřovací fázi šlo tudíž o vytypování parametrů, které ovlivní stabilitní výpočet rozhodujícím způsobem, jakož i parametrů, jejichž vliv na výsledek stabilitní analýzy je poměrně malý. Za srovnávací etalon byl zvolen rovnovážný model vypracovaný V. Kosinou v rámci řešení projektu P 218 MHČR "Spolehlivost zemních svahů výsypek a popílkovišť z hlediska stability". Podrobnosti jsou uvedeny ve zprávě "Studie vlivu objemových změn na vznik nestabilních oblastí", Praha, VII. 1993. Podstatu řešení Kosinovým modelem, který slouží jako základ pro posouzení programu PKP-SFEP93, lze stručně vyjádřit takto:

- a) Vytvoří se nehmotný svah konečného tvaru (obr. 1) a objemová tíha se bude postupně zvětšovat úměrně zatěžovacímu parametru  $\lambda \in (0; 1)$ , a to tak, že  $\gamma = \lambda \gamma_u$ . Při dosažení hodnoty  $\gamma_u$  nastává kolaps (vytvoření kluzné plochy).



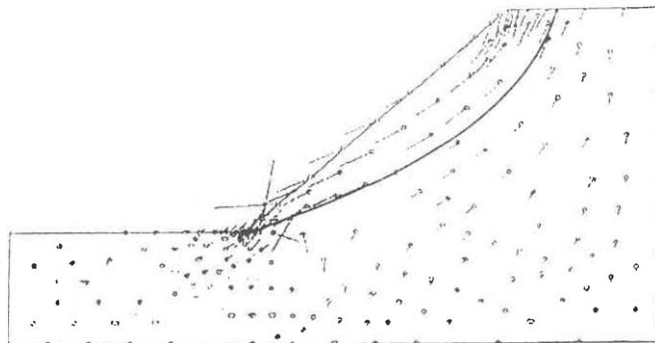
Obr. 1 Schéma svahu

- b) Přírůstkovým řešením se sleduje závislost mezi parametrem zatížení  $\lambda$  a normou posunů  $\|u\|$ , popř. charakteristickým posunem svahu (např. ve hřebeni svahu). Výsledkem je zatěžovací dráha na obr. 2. Dosažení hodnoty  $\lambda_m = 1$ , tj.  $\gamma = \gamma_u$  odpovídá limitnímu bodu (vrcholu zatěžovací dráhy). Pro posuzovaný program MKP-SFEP 93 je podstatné, že v limitním bodě je vyčerpána schopnost svahu rozvádět nevyrovnané síly, tj. Newtonova-Raphsonova iterace přestává konvergovat (počet rovnovážových iterací je  $> 30$ ). Inženýrská interpretace tohoto jevu říká, že se vytváří rozsáhlá oblast s vyčerpanou smykovou nebo tahovou pevností materiálu, zatímco pružná oblast, která by byla s to přenést nevyrovnané síly, je nedostatečná<sup>1</sup>.



Obr. 2 Zatěžovací dráha

Na obr. 3 jsou vykresleny přírůstky posunů v posledním kroku před dosažením limitního zatížení  $\gamma_u$  (zde při  $\nu = 0,45$  je  $\gamma_u = 19,5 \text{ kNm}^{-3}$ ).

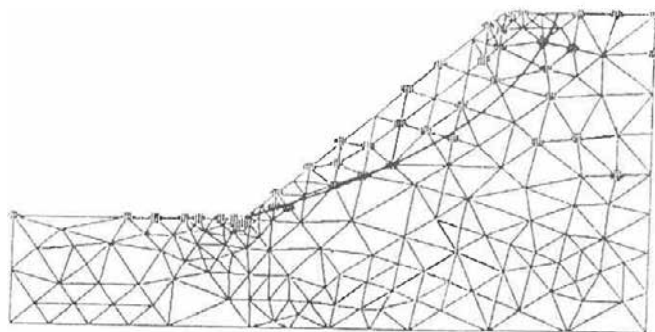


Obr. 3 Přírůstky posunů v posledním zatěžovacím kroku

Je vidět, že pole posunů dobře souhlasí s tvarem kluzné křivky získané metodou mezní rovnováhy (v homogenním prostředí logaritmická spirála).

Stupeň bezpečnosti vypočtený touto metodou vychází  $F = 0,975$ , což při reálné objemové tíze  $\gamma_0 = 20 \text{ kNm}^{-3}$  dává  $\gamma_u = 20 \times 0,975 = 19,5$ . Shoda obou metod (deformační model s Mohrovou-Coulombovou podmínkou a model mezní rovnováhy) je tedy vynikající a výsledky lze použít pro testování programu MKP-SFEP 93. Pro úplnost ještě upozorníme na body, v nichž v posledním zatěžovacím kroku dochází k výraznému skluzu (obr. 4). Dobrá shoda s kluznou plochou zjištěnou modelem mezní rovnováhy je opět na první pohled zřejmá.

<sup>1</sup> Sekundární dráha 2, která se odděluje od primární dráhy 1 v bifurkačním bodě B.B, není pro naše úvahy podstatná. Objevuje se v okamžiku, kdy v některém materiálovém bodě dochází k výraznému skluzu (iniciace kluzné plochy).

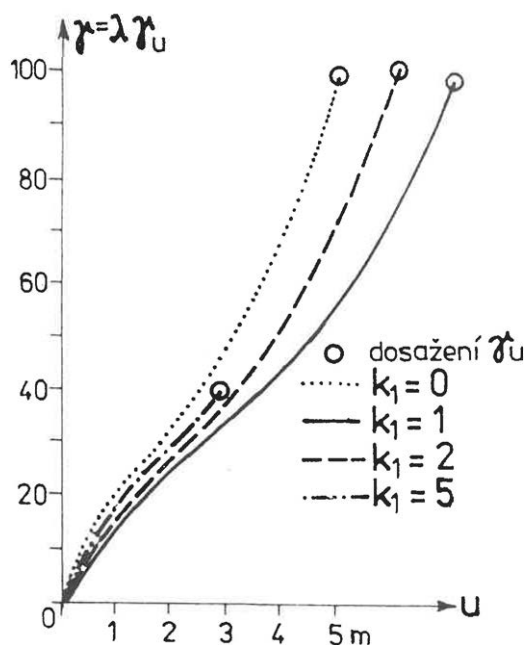


Obr. 4 Body s přírůstky plastických deformací

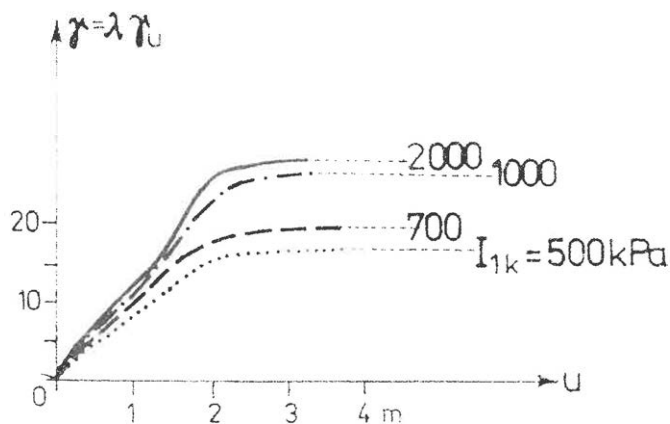
Pro testování programu MKP-SFEP 93 byly vybrány různé kombinace vstupních parametrů a sledován jejich vliv na tvar zatěžovací dráhy a hodnotu  $\gamma_u$ . V této zprávě vybereme jen nejpodstatnější ukázky:

- α) Nejprve byl zjišťován vliv parametrů  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ , které ovlivňují průběh materiálových charakteristik  $E$  a  $\mu$ .

Na obr. 5 jsou vidět zatěžovací dráhy pro různé hodnoty  $k_1 = 0, 1, 2, 5$ . Tvar drah s výrazným nereálným materiálovým ztužením není hodnotou  $k_1$  příliš ovlivněn. Obdobně bylo zjištěno, že i vliv  $k_2$ ,  $k_3$  není rozhodující. Příčinou nerealistického tvaru zatěžovací dráhy byla vysoká vstupní hodnota  $I_{1k} = 20\,000$  kPa.

Obr. 5 Tvar zatěžovací dráhy v závislosti na  $k_1$  ( $I_{1k} = 20\,000$  kPa)

β) Rozhodující vliv na dosažení "správné" hodnoty  $\gamma_u = 19,5$  kNm<sup>-3</sup> prokázal parametr  $I_{1k}$ . Na obr. 6 jsou vykresleny zatěžovací dráhy pro různé hodnoty  $I_{1k} = 500, 700, 1000, 2000$  kPa. Exponenty byly zvoleny takto  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1.2$ ,  $k_3 = 1$ .

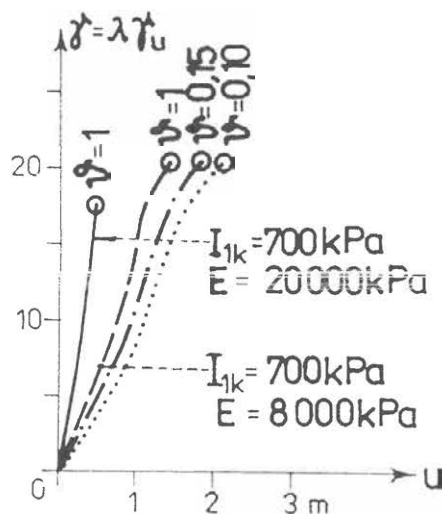


Obr. 6 Závislost zatěžovací dráhy na  $I_{1k}$

Ze studie vyplývá, že pokud nebudou k dispozici výstižnější vstupní údaje, lze pro běžný výsypkový materiál uvažovat  $I_{1k} \in \langle 500 \div 1500 \text{ kPa} \rangle$  s doporučenou hodnotou 700 kPa.

γ) Při optimalizovaných parametrech  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 1.2$ ,  $k_3 = 1$ ,  $I_{1k} = 700 \text{ kPa}$ ,

$\sigma_T = 10 \text{ kPa}$  (stejná hodnota byla uvažována i ve všech předchozích výpočtech) byl sledován vliv hodnoty  $\vartheta$  (omezuje  $E$  při lokálním stupni bezpečnosti  $b = 1$ ) na tvar zatěžovací dráhy (obr. 7).



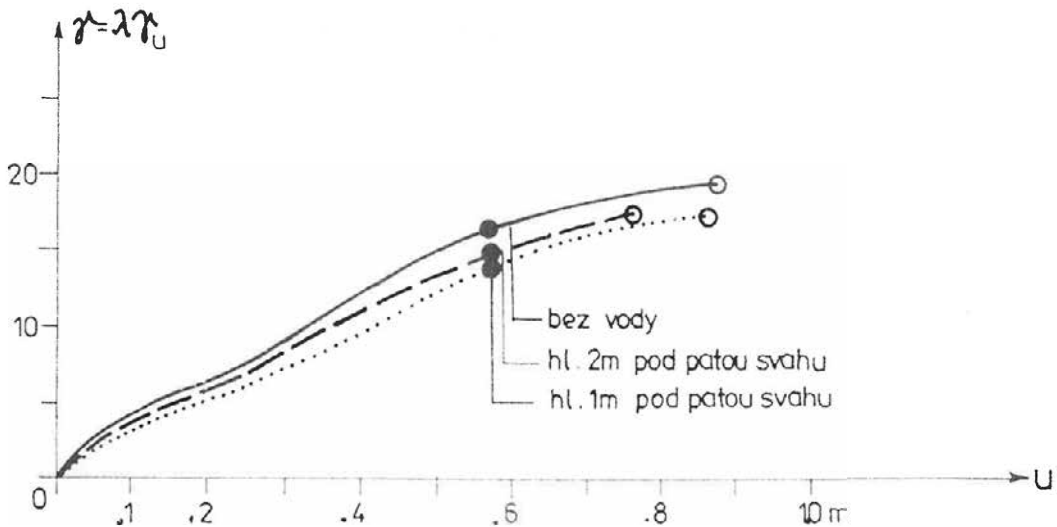
Obr. 7 Závislost zatěžovací dráhy na  $\vartheta$  a  $E$

Vliv  $\vartheta$  se projevil spíše na tvaru zatěžovací dráhy než na hodnotě mezního zatížení. Větší vliv na tvar dráhy i mezní hodnotu zatížení má modul přetvárnosti, který překvapivě vede k nižší hodnotě mezního zatížení.

V několika případech zarazil komentář na obrazovce monitoru, že

"nevymizely reziduální síly", ačkoliv iterační proces prokazatelně skončil při relativně malém počtu iterací a výpočet pokračoval dalším zatěžovacím stupněm.

δ) Konečně byl zkoumán vliv hladiny podzemní vody na tvar zatěžovací dráhy. Lze konstatovat, že přírůstek pórového tlaku při doporučených hodnotách Skemptonových součinitelů  $A_f=1,4$ ,  $B = 0,7 \div 1$  se zdá být poněkud větší, než by odpovídalo řešení úlohy sdružené konsolidace (počáteční zatěžovací fáze). Dopad pórového tlaku v závislosti na hladině podzemní vody je vidět na obr. 8.



Obr. 8 Závislost zatěžovací dráhy na úrovni hladiny podzemní vody

### 3. Porovnání výsledků řešení stability složitěho tvaru s komplikovaným podložím dosažených posuzovaným modelem MKP.SFEP 93 a modely, které jsou k dispozici na katedře stavební mechaniky

Předmětem srovnávacích výpočtů byl dálniční svah s charakteristikami podle tabulky 1 (efektivní parametry), resp. tabulky 2 (totální parametry).

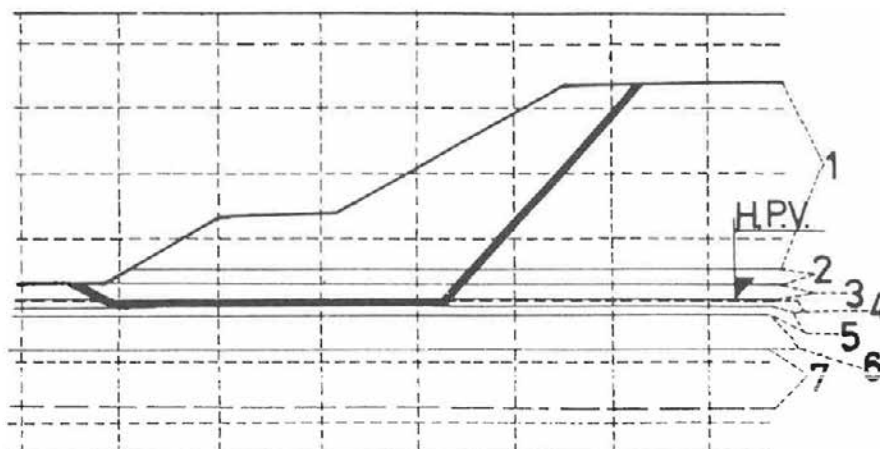
Tabulka 1 Charakteristiky zemín: efektivní parametry

Zemina		$\phi_f$	$c_f$	$\gamma$	$\gamma_{sat}$
		[stupeň]	[kPa]	[kN/m <sup>3</sup> ]	[kN/m <sup>3</sup> ]
1	těleso	25,00	8,00	20,00	23,00
2	kons.	38,00	0,00	20,00	23,00
3	hlin. pís.	30,00	6,00	20,00	23,00
4	jíl.pís.1	26,00	6,00	20,00	23,00
5	prach.jíl.	14,00	5,00	20,00	23,00
6	jíl.pís.2	25,00	10,00	20,00	23,00
7	jíl	15,00	8,00	20,00	23,00

Tabulka 2 Charakteristiky zemin: totální parametry

Zemina		$\phi$	c	$\gamma$	$\gamma_{sat}$
		[stupeň]	[kPa]	[kN/m <sup>3</sup> ]	[kN/m <sup>3</sup> ]
1	těleso	25,00	8,00	20,00	23,00
2	kons.	38,00	0,00	20,00	23,00
3	hlin.šterk	30,00	6,00	20,00	23,00
4	jíl. pís. 1	0,01	6,00	20,00	23,00
5	prach. jíl.	0,01	30,00	20,00	23,00
6	jíl. pís. 2	0,01	45,00	20,00	23,00
7	jíl	0,01	60,00	20,00	23,00

Na obr. 9 je vykreslena kluzná plocha vypočtená modelem mezní rovnováhy (mezi Sarmovou metodou a variačním přístupem nebyl zjištěn podstatný rozdíl).

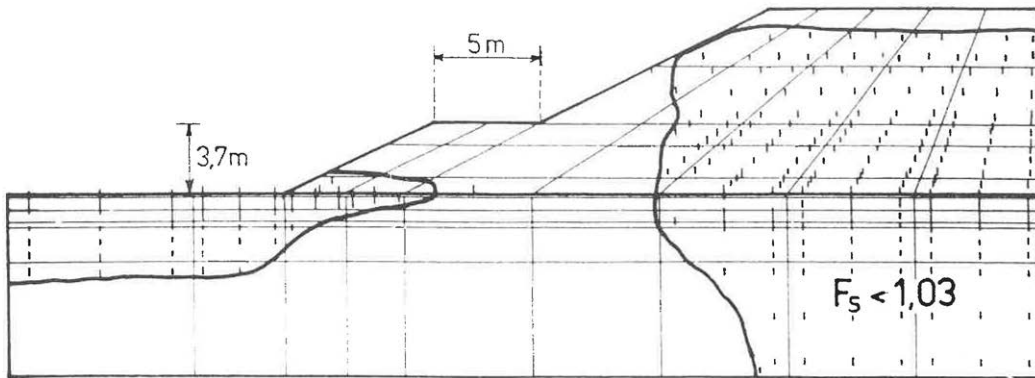


Obr. 9 Tvar kluzné plochy testovaného svahu

Zjištěný stupeň bezpečnosti je blízký jedné.

Stejný svah byl analyzován bez stabilizační lavice i s ní programem MKP-SFEP 93 a výsledky porovnány s řešením, které vychází z modifikace Druckerova-Pragerova modelu pro rovinnou deformaci. Bylo zjištěno, že oba modely dávají zhruba stejné oblasti smykového porušení. Na obr. 10 jsou vykresleny oblasti, kde lokální stupeň bezpečnosti je menší než 1,03 (model VÚHU). Výpočet byl proveden s efektivními parametry s vlivem pórového tlaku ( $A_f$ , B zavedeny doporučenými hodnotami).

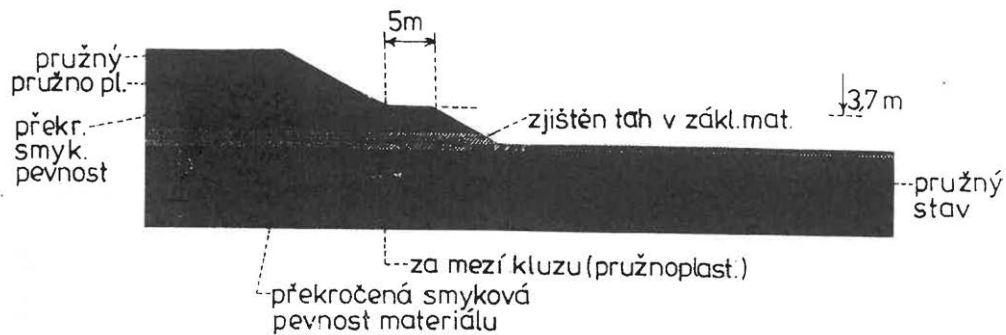




Obr. 10 Řešení Nelson-Baron, oblasti s lokální ztrátou stability

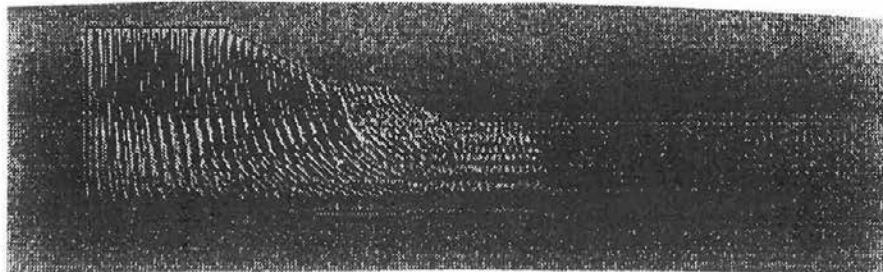
Značný rozsah nestabilních oblastí i pomalá iterace rozvodu nevyrovnaných sil dobře korespondují s odhadnutou hodnotou  $F_s = 0,97$ .

Srovnávací výpočet programem KSM dává rozdělení oblastí (pružná, pružnoplastická, smykové porušení) podle obr. 11. Zejména oblasti se smykovým poškozením v základním tělese jsou velmi podobné. V tomto případě byla zjištěna menší oblast porušení pod lavicí. Vyznačený případ ovšem znázorňuje stav tělesa vyztuženého dvěma geomřížemi Tensar umístěnými vodorovně ve dvou úrovních  $\pm 0,5$  m nad a pod patou svahu v šterkopískové konsolidační vrstvě.



Obr. 11 Řešení modif. Drucker-Prager (vystužení dvěma geomřížemi Tensar)

Na obr. 12 je vykresleno pole posunů programem KSM, které bylo opět srovnatelné s vypočtenými posuny programem MKP-SFEP 93.



Obr. 12 Pole posunů (program KSM)

## Závěr

## a) Současný stav

Testovaný program vykázal velmi dobré vlastnosti ve srovnání s jinými obdobnými prostředky. Materiálový model je citlivý na volbu parametru  $I_{1k}$ , jemuž je třeba věnovat značnou pozornost. Při jeho nadhodnocení (velké hodnoty) lze dostat i nesmyslné výsledky.

V několika případech byla signalizována nerovnováha vnitřních sil, ačkoliv iterační proces byl ukončen a výpočet pokračoval dalším zatěžovacím stupněm. Tento fakt kvalitu výpočtu však nijak neovlivnil.

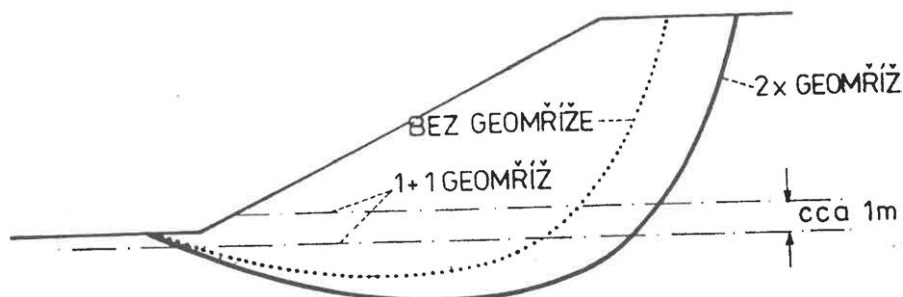
Uživatel by měl mít možnost jednoduše měnit maximální počet iterací (snižovat).

## b) Další rozvoj programu

Poměrně jednoduše by bylo možné do programu zavést vyztužení geomřížemi nebo sítěmi. Bylo prokázáno, že patřičným vyztužením lze dosáhnout výrazného zvýšení stupně bezpečnosti s protažením kluzné plochy. Účinek geomříží znázorňuje tab. 3 a obr. 13.

Tab. 3 Závislost stupně bezpečnosti na vyztužení

geomříž Tensar únosnost [kN]	stupeň bezpečnosti
0 0	1,24
1x50 (+ 0,5 m) 1x50 (- 0,5 m)	1,34 - 1,40
1x100 (+ 0,5 m) 1x100 (- 0,5 m)	1,51 - 1,59



Obr. 13 Mezní rovnováha - bez výstuže (slabě, - s výstuží (tlustě)

Plně doporučujeme zahrnout do programu řešení kontaktních úloh.

c) Hodnocení programu z pohledu uživatele

Program poskytuje uživateli mimořádný komfort, a to jak při sestavování vstupních dat, tak při vyhodnocování výsledků řešení.

**Literatura**

Kubizňák K., Dolanský P. - Instrukční příručka k programu MKP - SFEP 93 (včetně 1. dodatku). 1993.